

Tema 6

Transitorios en circuitos RL y RC

Bibliografía

- **A.J. CONEJO, A. CLAMAGIRAND, J.L. POLO, N. ALGUACIL. “CIRCUITOS ELÉCTRICOS PARA LA INGENIERÍA”. MC-GRAW HILL, 2004**
- **J. W. NILSSON, S.A. RIEDEL. “ELECTRIC CIRCUITS”. SIXTH EDITION. ADDISON-WESLEY READING, 1996**

Objetivos

- **Aplicar las leyes de Kirchhoff para obtener la ecuación diferencial de los circuitos RL o RC**
- **Utilizar el teorema de Thévenin para obtener un circuito RL o RC**
- **Diferenciar entre respuesta natural y respuesta a escalón**
- **Calcular potencia, energía y constante de tiempo en un circuito RL o RC**
- **Aplicar las condiciones de continuidad de bobinas y condensadores**

Circuitos RL y RC

- **Circuito RL. Respuesta natural**
 - Planteamiento de las ecuaciones diferenciales
 - Potencia y energía
 - Constante de tiempo
- **Circuito RL. Respuesta a escalón**

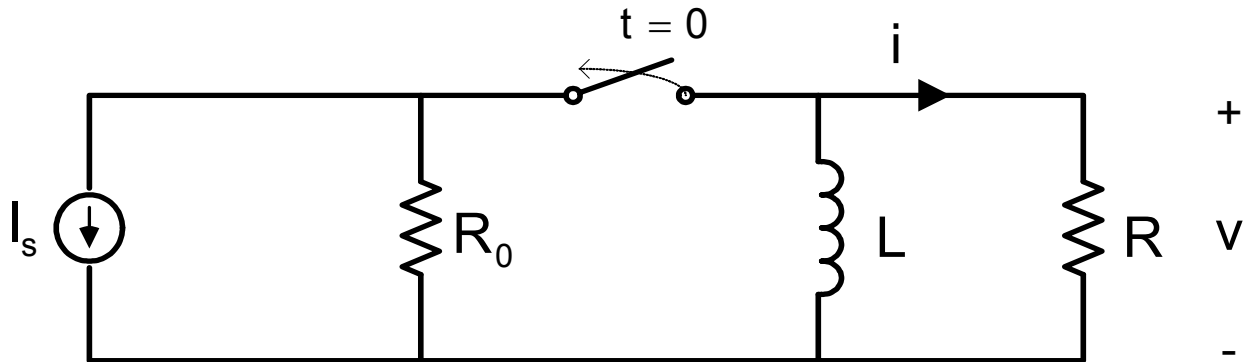
Circuitos RL y RC

- **Circuito RC. Respuesta natural**
 - Planteamiento de las ecuaciones diferenciales
 - Potencia y energía
 - Constante de tiempo
- **Circuito RC. Respuesta a escalón**
- **Respuesta general**
- **Cambios secuenciales**
- **Respuesta no acotada**

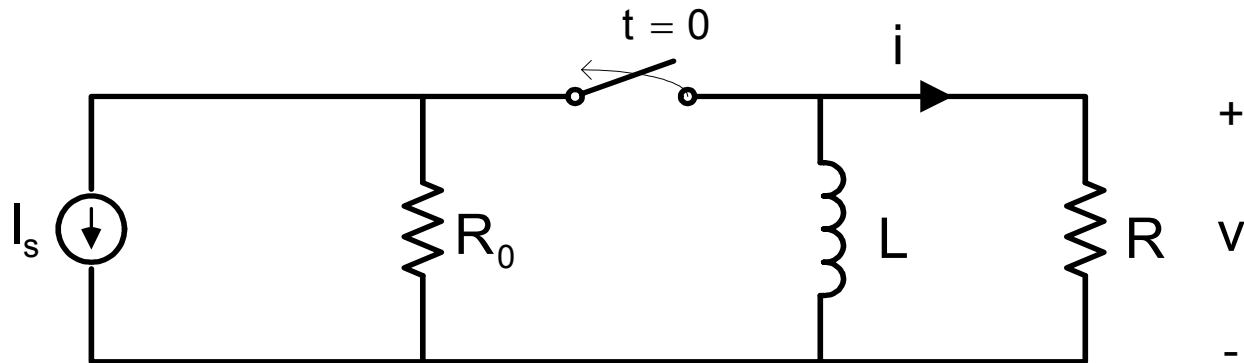
Circuito RL. Respuesta Natural

- $t < 0$, interruptor cerrado
- $t = 0$, interruptor abre
- $t > 0$, interruptor abierto

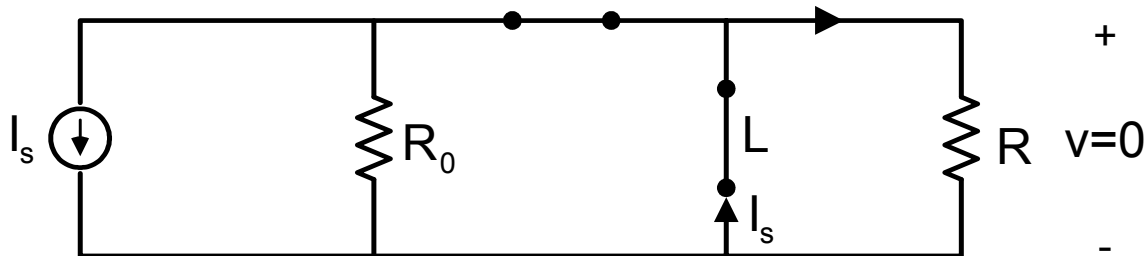
¡Abre para $t=0$!



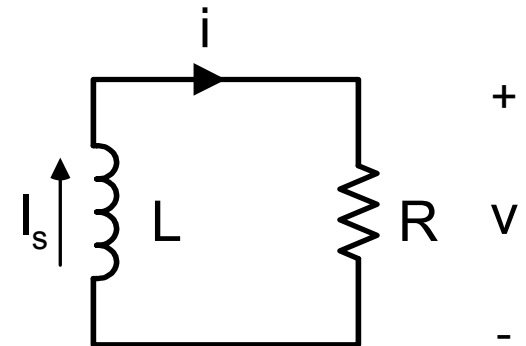
Circuito RL. Respuesta Natural



Circuito en 0^- (régimen permanente)



Circuito en 0^+



Circuito RL. Respuesta natural

corriente y tensión

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int_{i(t_0)}^{i(t)} \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} \int_{t_0}^t dy$$

considerando $t_0 = 0$

$$\ln \frac{i(t)}{i(0)} = -\frac{R}{L} t$$

o bien

$$i(t) = i(0) e^{-(R/L)t}$$

$$i(0^-) = i(0^+) = I_0 = I_S \quad (\text{según circuito!})$$

$$i(t) = I_0 e^{-(R/L)t}$$

$$v(t) = iR = I_0 R e^{-(R/L)t} \quad t \geq 0^+$$

$$v(0^-) = 0, v(0^+) = I_0 R$$

Circuito RL. Respuesta natural

potencia y energía

$$p = vi, \quad p = i^2 R, \quad p = \frac{v^2}{R}$$

$$p = vi = I_0^2 R e^{-2(R/L)t} \quad t \geq 0^+$$

$$w = \int_0^t p dx = \int_0^t I_0^2 R e^{-2(R/L)x} dx$$

$$w = \frac{1}{2(R/L)} I_0^2 R (1 - e^{-2(R/L)t})$$

$$w = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-2(R/L)t}) \quad t \geq 0$$

!Controla!



Circuito RL. Respuesta natural

potencia y energía

- Cuando abre el interruptor la bobina comienza a liberar la energía que almacenó mientras el interruptor estuvo cerrado
- Cuando abre el interruptor la resistencia R comienza a consumir la energía que libera la bobina

Circuito RL

Constante de tiempo

Criterio en 0

$$\tau = \frac{L}{R} : \quad \text{constante de tiempo}$$

$$t \geq 0 \quad \text{si } f(0^+) = f(0^-)$$

$$t \geq 0^+ \quad \text{si } f(0^+) \neq f(0^-)$$

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$t \geq 0, \quad \begin{cases} i(0^-) = I_0 \\ i(0^+) = I_0 \end{cases}$$

$$v(t) = I_0 R e^{-t/\tau}$$

$$t \geq 0^+, \quad \begin{cases} v(0^-) = 0 \\ v(0^+) = I_0 R \end{cases}$$

Circuito RL

Constante de tiempo

$$p(t) = I_0^2 R e^{-2t/\tau}$$

$$t \geq 0^+ \begin{cases} p(0^-) = 0 \\ p(0^+) = I_0^2 R \end{cases}$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L I_0 (1 - e^{-2t/\tau})$$

$$t \geq 0 \begin{cases} w(0^-) = 0 \\ w(0^+) = 0 \end{cases}$$

Desde “cambio” hasta t



Circuito RL

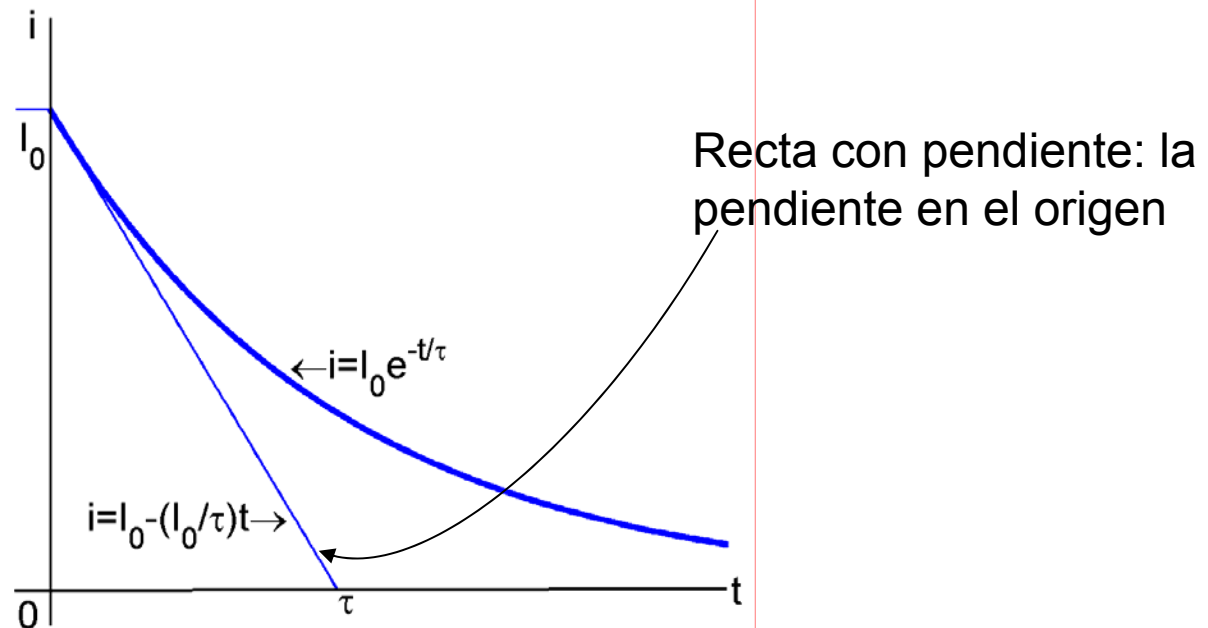
Constante de tiempo

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} I_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0^+} = -\frac{1}{\tau} I_0 \quad \leftarrow \text{Pendiente en } 0^+$$

τ es la pendiente de decrecimiento de $i(t)$ en 0^+

Si la pendiente inicial se mantiene constante se tendría un decrecimiento lineal

$i = I_0 - \frac{I_0}{\tau} t$ y para $t = \tau \Rightarrow$ intersección con el origen



Circuito RL

Constante de tiempo

Valor de $e^{-t/\tau}$ para t igual a múltiplos enteros de τ

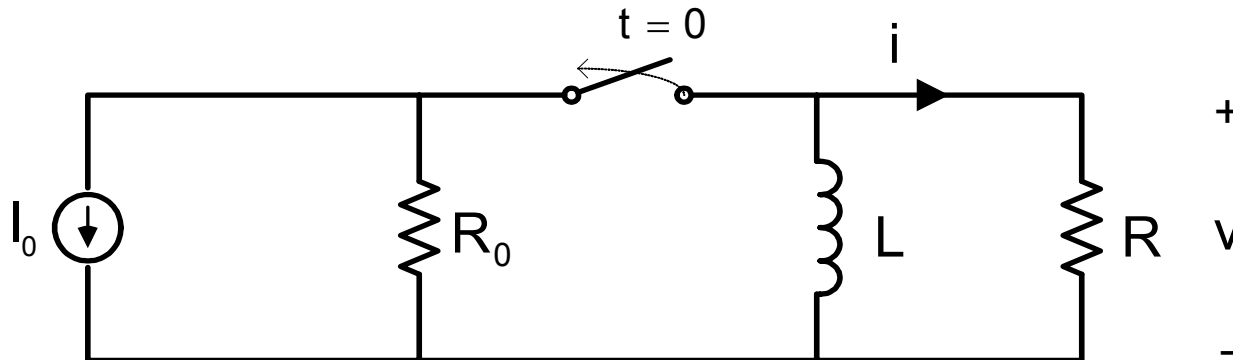
t	$e^{-t/\tau}$	t	$e^{-t/\tau}$
τ	3.6788×10^{-1}	6τ	2.4788×10^{-3}
2τ	1.3534×10^{-1}	7τ	9.1188×10^{-4}
3τ	4.9787×10^{-2}	8τ	3.3546×10^{-4}
4τ	1.8316×10^{-2}	9τ	1.2341×10^{-4}
5τ	6.7379×10^{-3}	10τ	4.5400×10^{-5}

Para $t = 5 \tau$ la corriente está por debajo del 1% de su valor final

Circuito RL

Ejemplo

Los valores de la resistencia R y la bobina L son respectivamente $2\ \Omega$ y $10\ \text{H}$ y el valor de la fuente de corriente es $1\ \text{A}$. Representar la evolución temporal de i , v , p y w .



Constante de tiempo: $\tau = \frac{L}{R} = 5\ \text{s}$

$$i(t) = 1 \exp(-t/5) \quad \text{A}, \quad t \geq 0$$

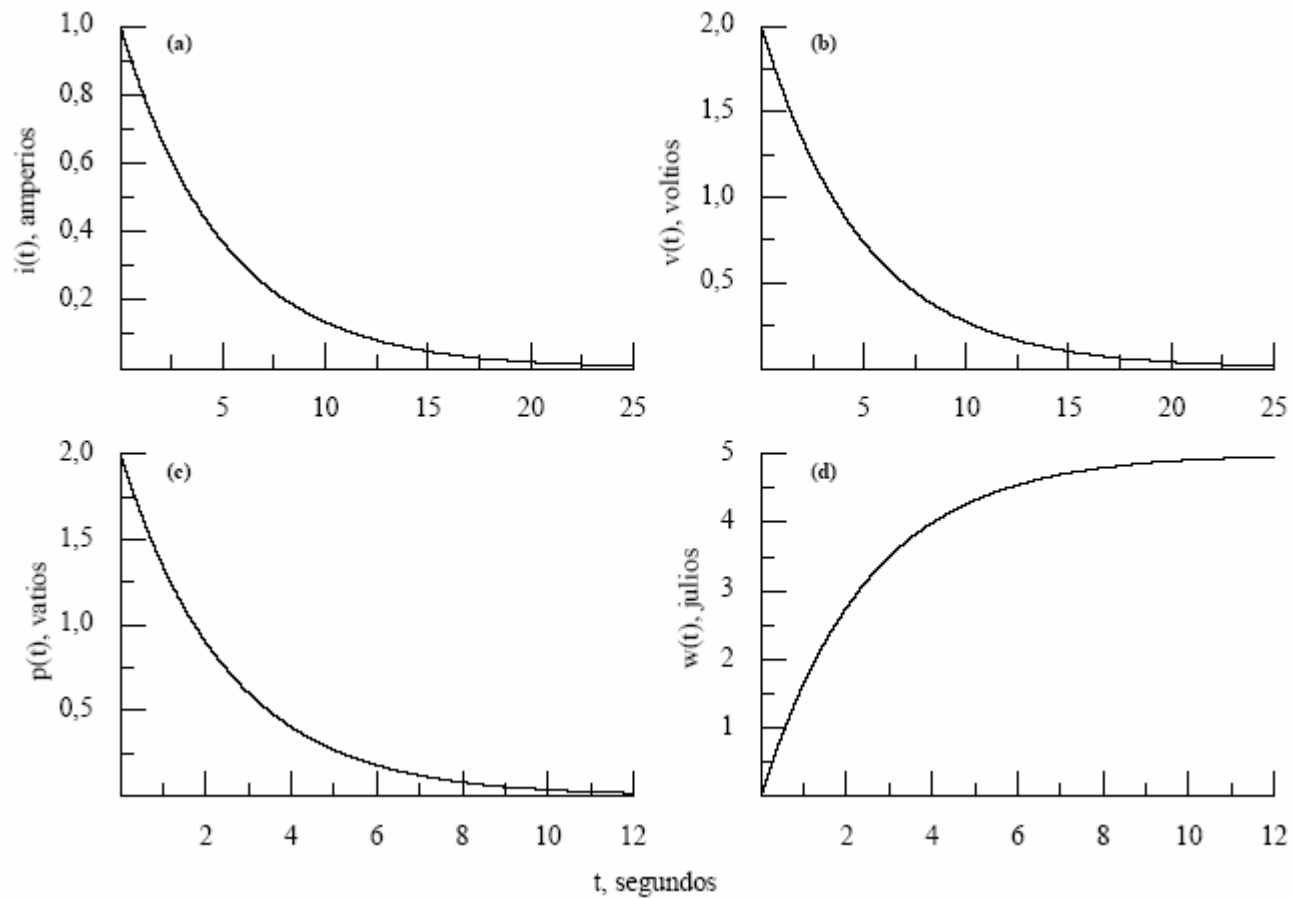
$$v(t) = 2 \exp(-t/5) \quad \text{V}, \quad t \geq 0^+$$

$$p(t) = 2 \exp(-2t/5) \quad \text{W}, \quad t \geq 0^+$$

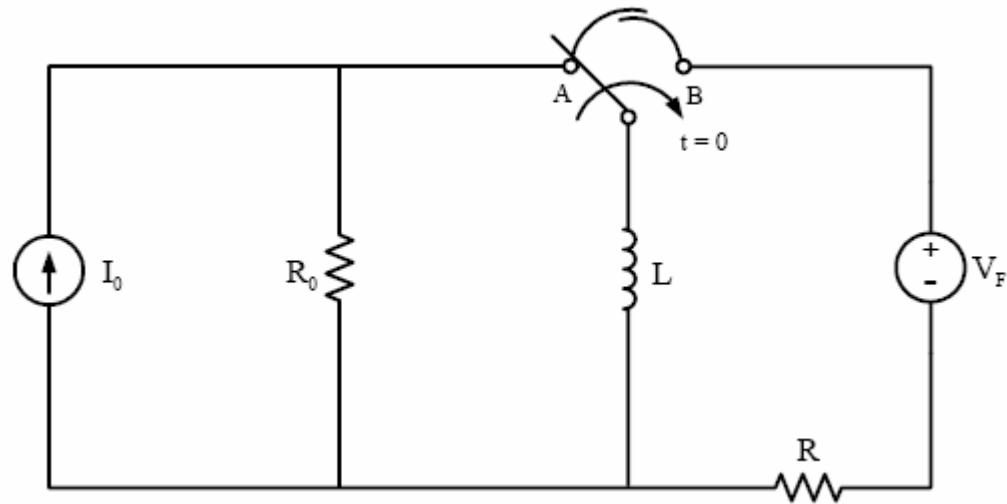
$$w(t) = 5 [1 - \exp(-2t/5)] \quad \text{J}, \quad t \geq 0$$

Circuito RL

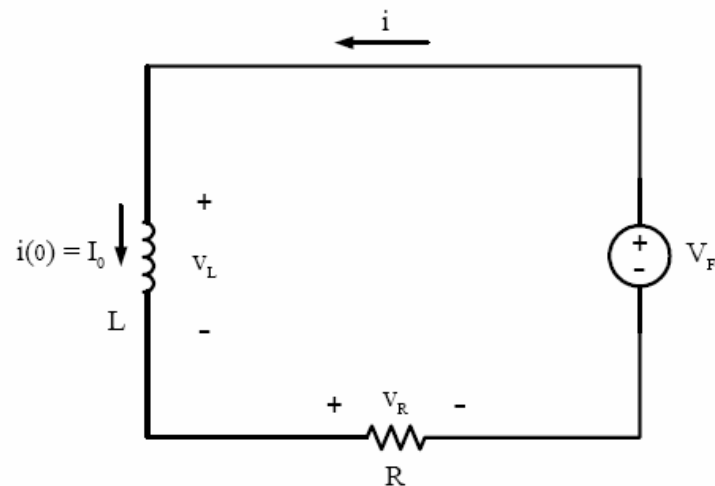
Ejemplo



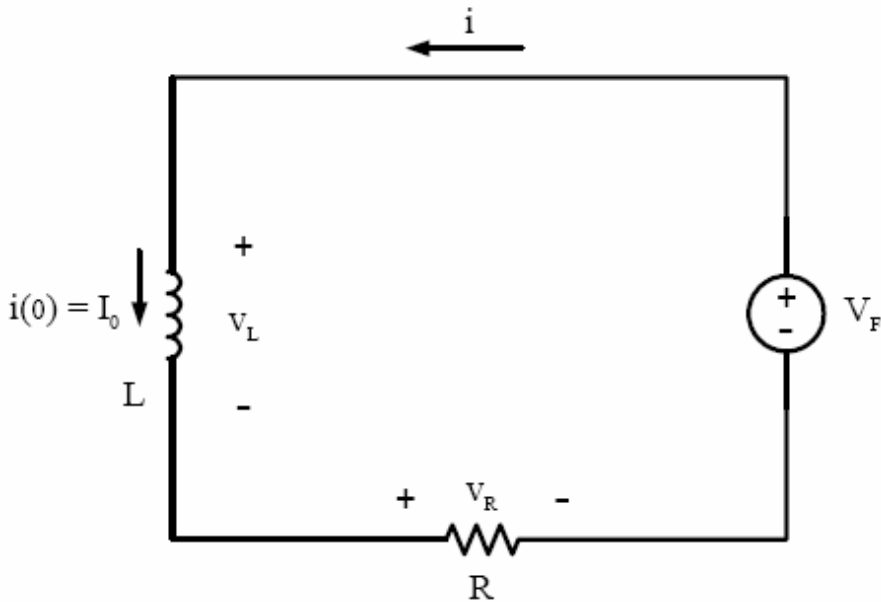
Circuito RL. Respuesta a escalón



Circuito en 0^+



Circuito RL. Respuesta a escalón



$$V_F = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$di(t) = -\frac{R}{L} \left(i(t) - \frac{V_F}{R} \right) dt$$

$$\frac{di(t)}{i(t) - (V_F/R)} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int_{i(0)}^{i(t)} \frac{dx}{x - (V_F/R)} = -\frac{R}{L} \int_0^t dy$$

$$\ln \frac{i(t) - (V_F/R)}{i(0) - (V_F/R)} = -\frac{R}{L} t$$

Circuito RL. Respuesta a escalón

Puesto que $i(0) = I_0$

$$\frac{i(t) - (V_F/R)}{I_0 - (V_F/R)} = e^{-(R/L)t}$$

$$i(t) = \frac{V_F}{R} + \left(I_0 - \frac{V_F}{R} \right) e^{-t/\tau}$$

$$\text{Para } I_0=0: \quad i(t) = \frac{V_F}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

Circuito RL. Respuesta a escalón

Se calcula la tensión como

$$v(t) = L \frac{di}{dt} = L \left(\frac{-R}{L} \right) \left(I_0 - \frac{V_F}{R} \right) e^{-(R/L)t} = (V_F - I_0 R) e^{-(R/L)t}$$

$$\left. \begin{array}{l} v(0^-) = 0 \\ v(0^+) = V_F - I_0 R \\ \text{para } I_0 = 0 \\ v(0^-) = 0 \\ v(0^+) = V_F \end{array} \right\} \text{ Las tensiones saltan!}$$

$$v(t) = V_F e^{-(R/L)t} = V_F e^{-t/\tau}$$

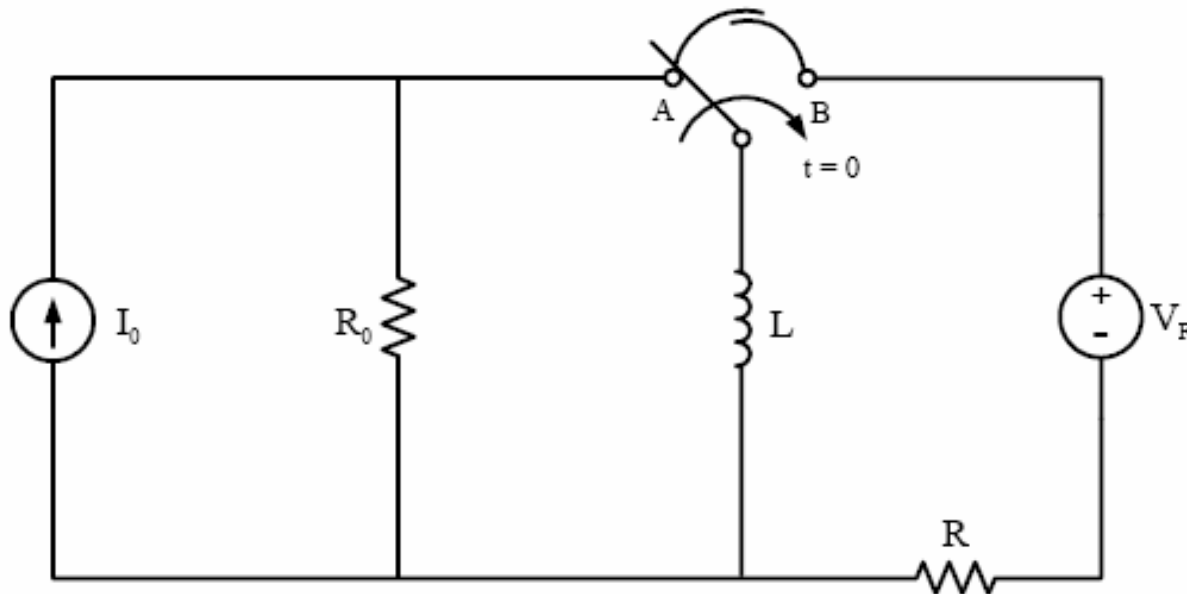
Circuito RL. Respuesta a escalón

- Obtener las expresiones de la potencia y la energía
- Cuando se cierra el interruptor la potencia suministrada por la fuente debe ser la suma de la potencia absorbida por la bobina y la disipada en la resistencia (balance de potencias)

Circuito RL. Respuesta a escalón

Ejemplo

Los valores de la resistencia R y la bobina L son respectivamente $2\ \Omega$ y $10\ \text{H}$. La fuente de tensión es de $20\ \text{V}$ y la fuente de corriente es de $1\ \text{A}$. Tras el cambio del interruptor, se calculan las evoluciones temporales de la corriente, las tensiones en bornes de la bobina y la resistencia, la potencia suministrada por la fuente, la absorbida por la bobina y la disipada en la resistencia.



Circuito RL. Respuesta a escalón

Ejemplo

Constante de tiempo: $\tau = L/R = 5 \text{ s}$

$$i(t) = 10 - 9 \exp(-t/5) \quad \text{A}, \quad t \geq 0$$

$$v_L(t) = 18 \exp(-t/5) \quad \text{V}, \quad t \geq 0^+$$

$$v_R(t) = 20 - 18 \exp(-t/5) \quad \text{V}, \quad t \geq 0^+$$

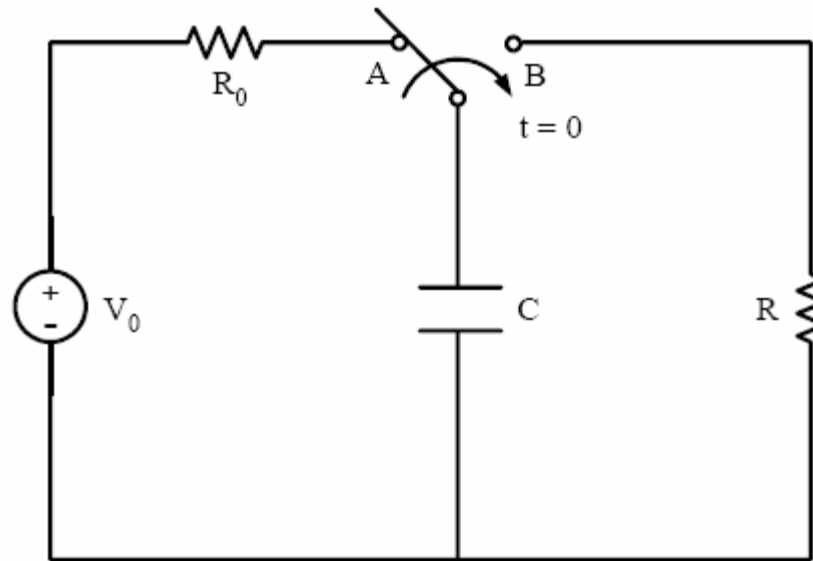
$$p_F(t) = 200 - 180 \exp(-t/5) \quad \text{W}, \quad t \geq 0$$

$$p_L(t) = 180 \exp(-t/5) - 162 \exp(-2t/5) \quad \text{W}, \quad t \geq 0^+$$

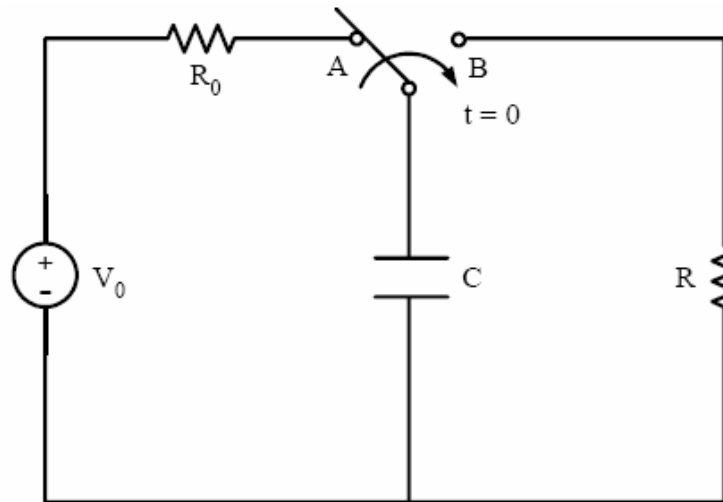
$$p_R(t) = 200 - 360 \exp(-t/5) + 162 \exp(-2t/5) \quad \text{W}, \quad t \geq 0^+$$

Circuito RC. Respuesta natural

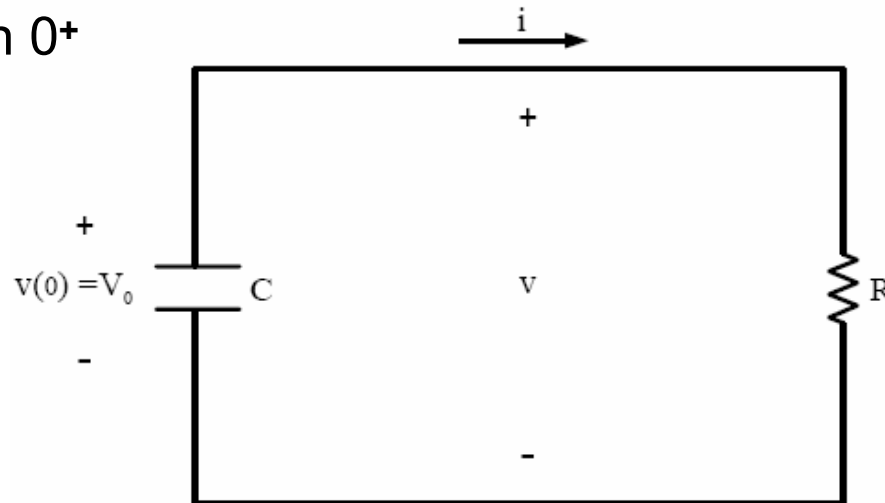
$t < 0$ interruptor en **A**
 $t = 0$ interruptor cambia
 $t > 0$ interruptor en **B**



Circuito RC. Respuesta natural



Circuito en 0^+



Circuito RC. Respuesta natural

Metodo de tensiones de nudo

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0; \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{RC}; \quad \frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC} dt$$

integrando

$$\int_{v(0)}^{v(t)} \frac{dx}{x} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dy; \quad \text{Ln} \frac{v(t)}{v(0)} = -\frac{t}{RC}$$

$$v(t) = v(0)e^{-t/RC} \quad t \geq 0$$

valor inicial

$$v(0^-) = v(0^+) = v(0) = V_0$$

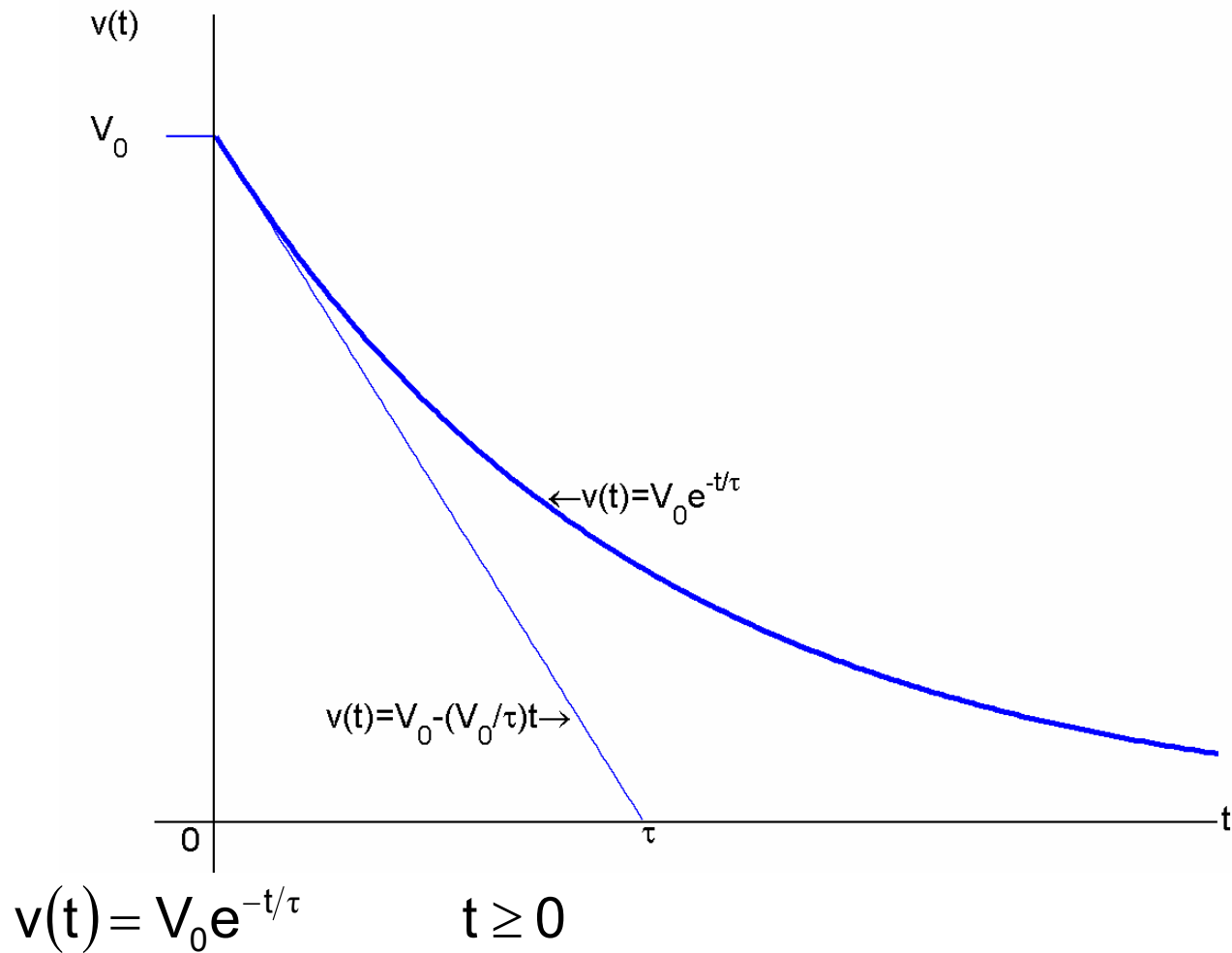
constante de tiempo

$$\tau = RC$$

por tanto

$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad t \geq 0$$

Circuito RC. Respuesta natural



τ es la pendiente de decrecimiento de $v(t)$ en $t = 0^+$

Circuito RC. Respuesta natural

Intensidad por la resistencia :

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau} \quad t \geq 0^+, \quad \begin{cases} i(0^-) = 0 \\ i(0^+) = \frac{V_0}{R} \end{cases}$$

Potencia disipada en la resistencia :

$$p(t) = vi = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/\tau} \quad t \geq 0^+, \quad \begin{cases} p(0^-) = 0 \\ p(0^+) = \frac{V_0^2}{R} \end{cases}$$

Circuito RC. Respuesta natural

Energía disipada en la resistencia :

$$w(t) = \int_0^t i^2(x) R dx = \int_0^t \frac{V_0^2}{R^2} R e^{-2x/\tau} dx ;$$

$$w(t) = \frac{1}{2} C V_0^2 (1 - e^{-2t/\tau}) \quad t \geq 0, \quad \begin{cases} w(0^-) = 0 \\ w(0^+) = 0 \end{cases}$$

Desde “cambio” hasta t

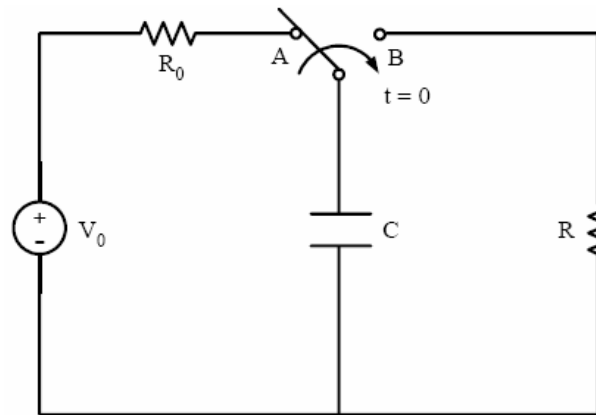


Represéntese $v(t)$, $i(t)$, $p(t)$, $w(t)$ empleando MATLAB, EXCEL o PSPICE

Circuito RC. Respuesta natural

Ejemplo

Los valores de la resistencia y el condensador son respectivamente $100\ \Omega$ y $0,05\ \text{F}$. El valor de la fuente de tensión es $10\ \text{V}$. Representar la evolución temporal de i , v , p y w .



Constante de tiempo: $\tau = RC = 5\ \text{s}$

$$v(t) = 10 \exp(-t/5) \quad \text{V}, \quad t \geq 0$$

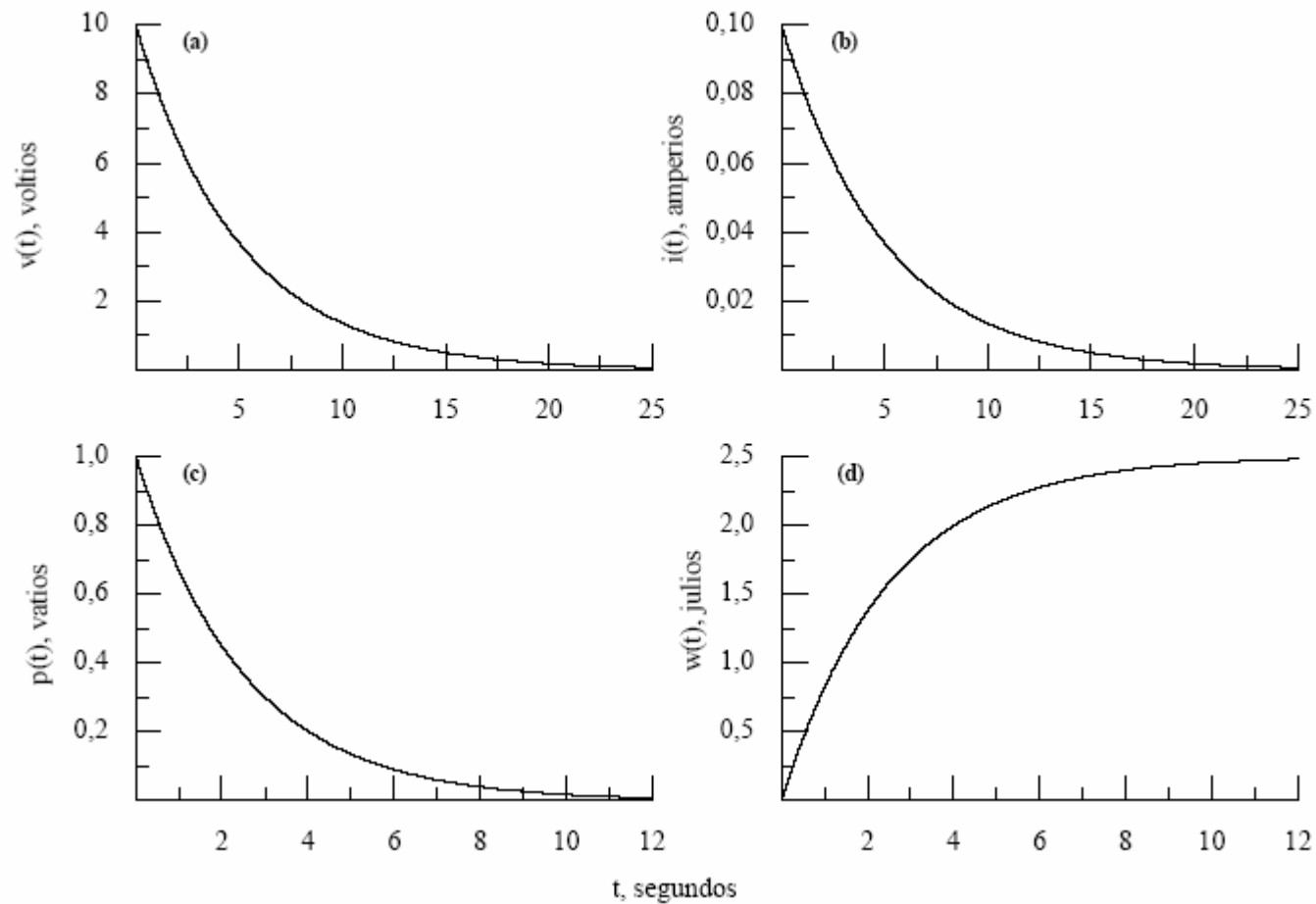
$$i(t) = 0,1 \exp(-t/5) \quad \text{A}, \quad t \geq 0^+$$

$$p(t) = 1 \exp(-2t/5) \quad \text{W}, \quad t \geq 0^+$$

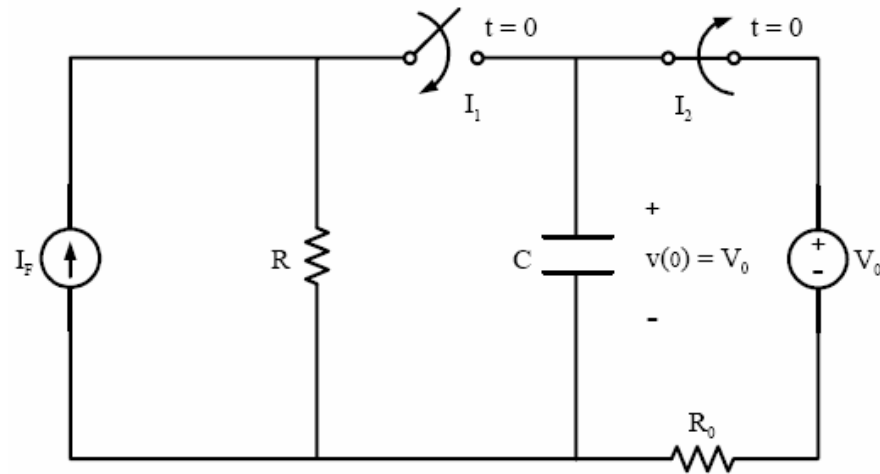
$$w(t) = 2,5[1 - \exp(-2t/5)] \quad \text{J}, \quad t \geq 0$$

Circuito RC. Respuesta natural

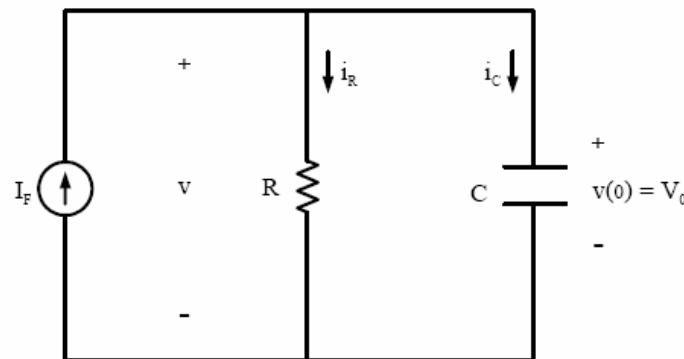
Ejemplo



Circuito RC. Respuesta a escalón



Circuito en 0^+



$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = I_F$$

Circuito RC. Respuesta a escalón

Nudos:

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = I_F, \quad \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} - \frac{I_F}{C} = 0$$

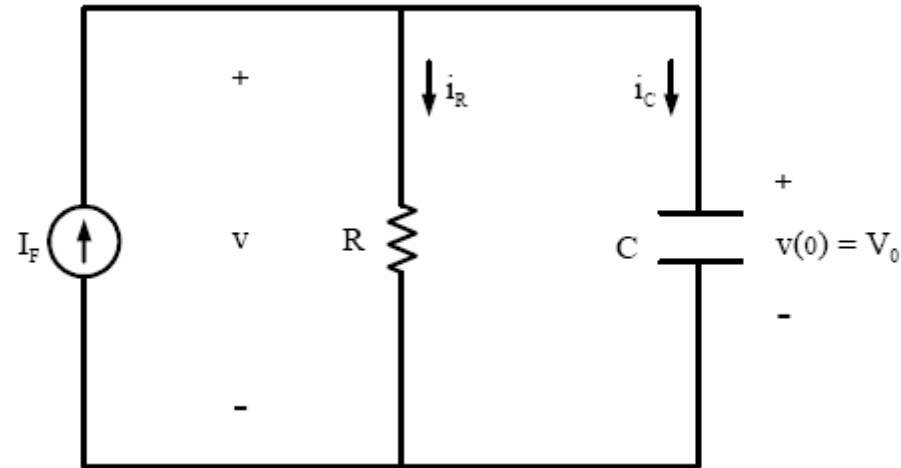
$$\frac{dv}{dt} = \frac{I_F}{C} - \frac{v}{RC} = -\frac{1}{RC} (v - RI_F)$$

$$\frac{dv}{v - RI_F} = -\frac{1}{RC} dt$$

integrando :

$$\int_{v_0}^{v(t)} \frac{dx}{x - RI_F} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dy; \quad \ln \frac{v(t) - RI_F}{v_0 - RI_F} = -\frac{1}{RC} t; \quad \frac{v(t) - RI_F}{v_0 - RI_F} = e^{-\frac{1}{RC} t}$$

$$v(t) = I_F R + (V_0 - I_F R) e^{-t/RC} \quad t \geq 0$$



Circuito RC. Respuesta a escalón

corriente

$$i(t) = C \frac{dv}{dt} = \left(I_F - \frac{V_0}{R} \right) e^{-t/RC} \quad t \geq 0^+$$

$$\left. \begin{array}{ll} t = 0^- & i(0^-) = 0 \\ t = 0^+ & i(0^+) = I_F - \frac{V_0}{R} \end{array} \right\} \text{ la corriente salta!}$$

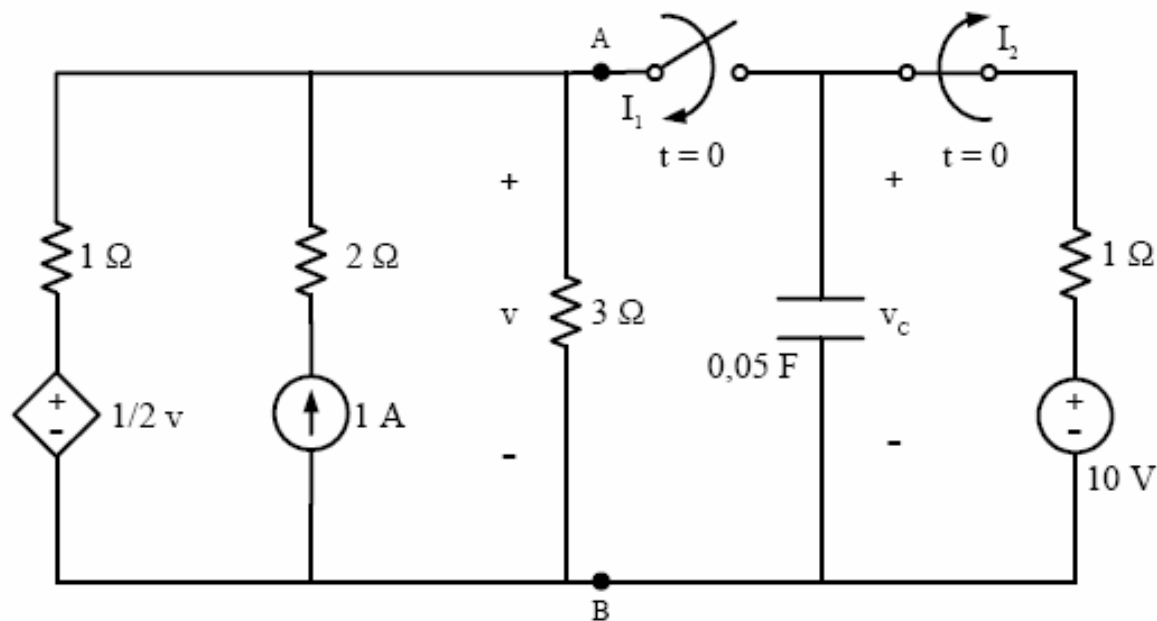
Circuito RC. Respuesta a escalón

- Obtener las expresiones de la potencia y la energía
- Cuando se cierra el interruptor la potencia suministrada por la fuente debe ser la suma de la potencia absorbida por el condensador y la disipada en la resistencia (balance de potencias)

Circuito RC. Respuesta a escalón

Ejemplo

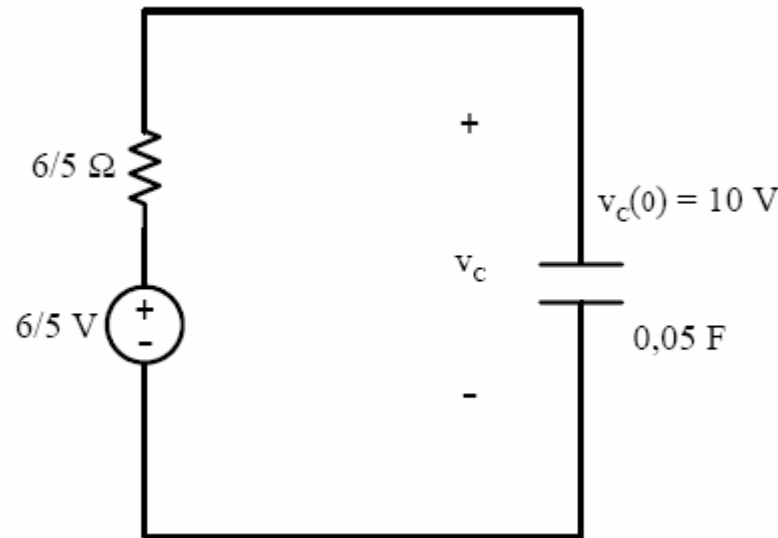
El circuito de la figura lleva mucho tiempo con el interruptor I_1 abierto y el I_2 cerrado. En $t = 0$ segundos, el interruptor I_1 cierra y el I_2 abre. Se estudia la evolución temporal de la tensión en bornes del condensador.



$$v_{Th} = 6/5 \text{ V} \quad y \quad R_{Th} = 6/5 \text{ } \Omega \quad v_C = 10 \text{ V}$$

Circuito RC. Respuesta a escalón

Ejemplo



$$\tau = RC = 0,06 \text{ s},$$

$$v_c(t) = \frac{6}{5} + \left(10 - \frac{6}{5}\right) \exp\left(\frac{-t}{0,06}\right) = \frac{6}{5} + \frac{44}{5} \exp\left(\frac{-50}{3}t\right) \text{ V}, \quad t \geq 0$$

Respuesta general

Las ecuaciones diferenciales que rigen la respuesta natural y la respuesta a un escalón de un circuito de primer orden (bien RC, bien RL) son análogas y tienen la forma:

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\tau} = K \quad K \text{ puede ser } 0$$

En régimen permanente (sólo se consideran fuentes constantes) $dx/dt = 0$ y dado que la ecuación anterior ha de cumplirse

$$x_f = K\tau$$

donde el subíndice 'f' indica régimen permanente

Respuesta general

Resolviendo

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{x}{\tau} + K$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{(x - K\tau)}{\tau} = -\frac{(x - x_f)}{\tau}$$

$$\frac{dx}{x - x_f} = -\frac{1}{\tau} dt$$

$$\int_{x(t_0)}^{x(t)} \frac{du}{u - x_f} = -\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^t dv$$

$$\text{Ln} \frac{x(t) - x_f}{x(t_0) - x_f} = -\frac{1}{\tau} (t - t_0)$$

$$x(t) = x_f + [x(t_0) - x_f] e^{-(t-t_0)/\tau}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{en función} \\ \text{del tiempo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{final} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{inicial} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{final} \end{bmatrix} \right\} e^{-\frac{(t - \text{tiempo de cambio})}{\text{constante de tiempo}}}$$

Respuesta general

1. La respuesta del circuito tiene la forma:

$$x(t) = x_f + [x(t_0) - x_f] e^{-(t-t_0)/\tau}$$

2. Considerar el circuito para $t=0^-$,

- Reemplazar condensador por circuito abierto, ó
- Reemplazar bobina por cortocircuito
- Calcular la tensión inicial en el condensador $V_0 = v_C(0^-)$ o la corriente por la bobina $I_0 = i_L(0^-)$

3. Considerar el circuito para $t=0^+$,

- Reemplazar condensador por fuente de tensión V_0 , ó
- Reemplazar bobina por fuente de corriente I_0
- Calcular el estado inicial $x(t_0) = x(0^+)$.

Respuesta general

4. Considerar el circuito en $t=\infty$

- Reemplazar condensador por circuito abierto, ó
- Reemplazar bobina por cortocircuito
- Calcular la solución en régimen permanente
 $x_f = x(\infty)$

5. Determinar la constante de tiempo (circuito para $t=0^+$)

- Determinar la resistencia de Thévenin equivalente *vista* en bornes de la bobina o el condensador

Para condensadores $\tau = R_{Th} C$

Para bobinas $\tau = \frac{L}{R_{Th}}$

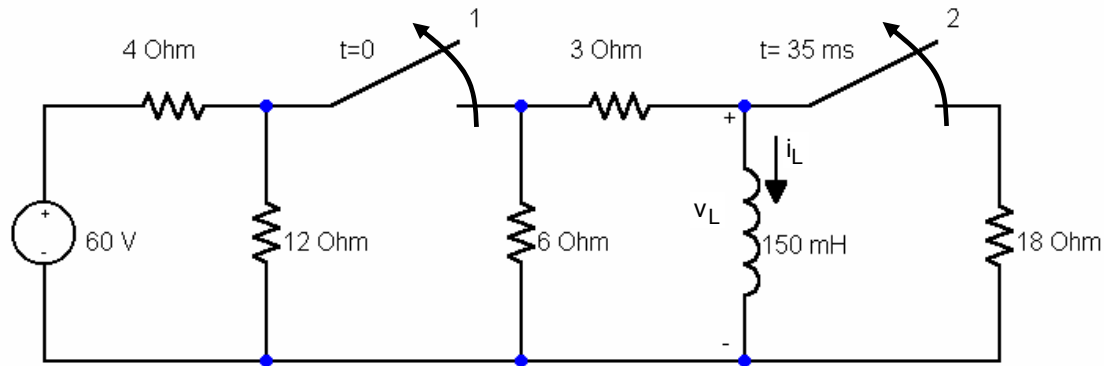
Cambios secuenciales

Paso 1. Se analiza el circuito correspondiente en el instante temporal t_i^- , lo que permite conocer las condiciones iniciales del circuito para el periodo que va desde el instante t_i al instante t_{i+1} .

Paso 2. Se resuelve el circuito en el periodo que va desde el instante t_i^+ al instante t_{i+1}^- , periodo en el que el circuito presenta una topología constante. Se derivan para este circuito las evoluciones temporales de las magnitudes de interés.

Se incrementa en una unidad el contador de cambios secuenciales, esto es, $i \leftarrow i+1$, y se continúa en el paso 1, o se para si ya se han analizado todos los intervalos temporales.

Cambios secuenciales



a) $i_L(t)$ $0 \leq t \leq 35\text{ ms}$

b) $i_L(t)$ $t \geq 35\text{ ms}$

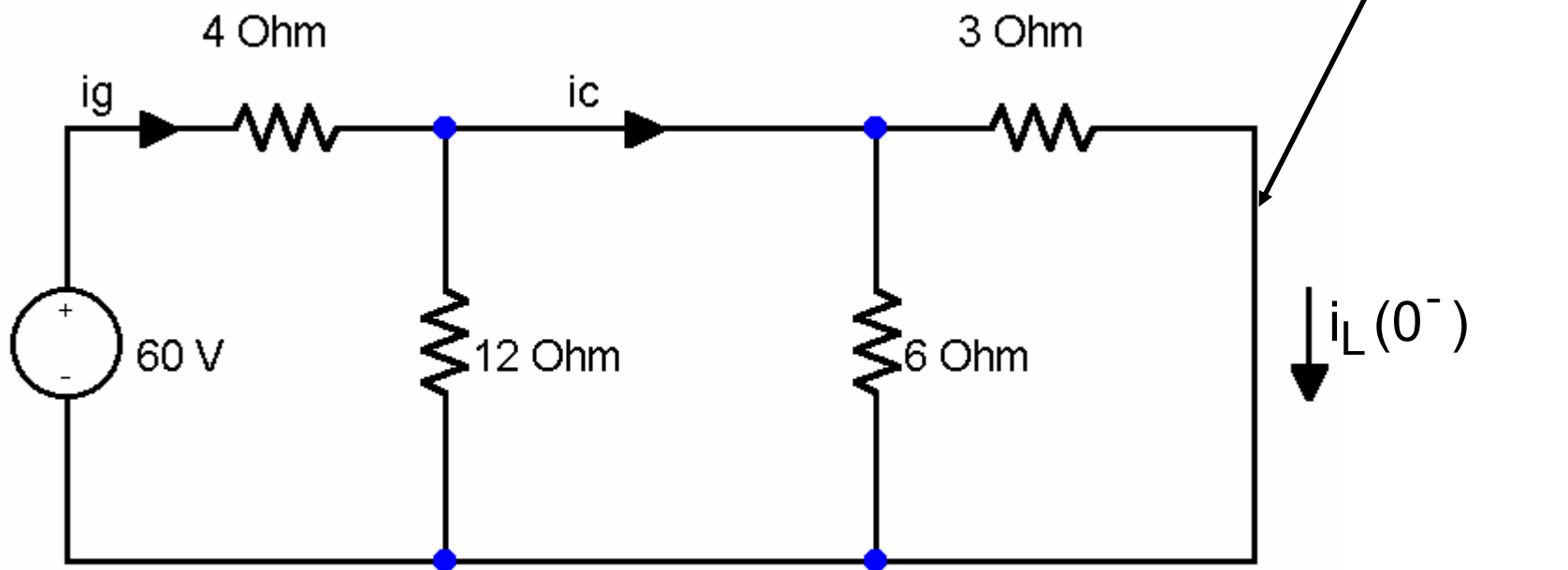
c) Consumo en $R = 18\ \Omega$ en % de la energía inicialmente almacenada en L

d) Igual a c) para $R = 3\ \Omega$

Cambios secuenciales. Ejemplo

a) $t < 0$

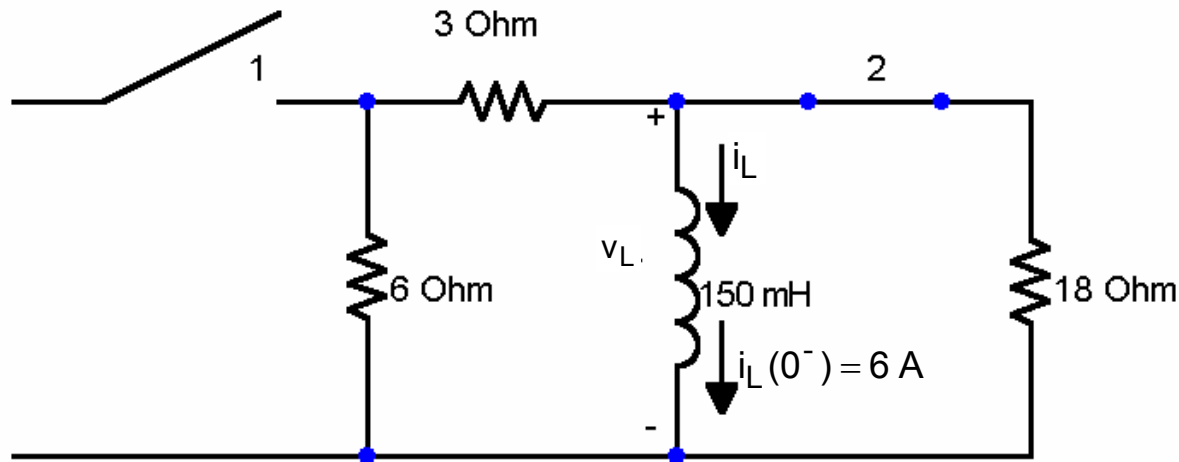
$$i_L(0^-) = 6A$$



Cambios secuenciales. Ejemplo

a) $0 \leq t \leq 35 \text{ ms}$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 6 \text{ A}$$



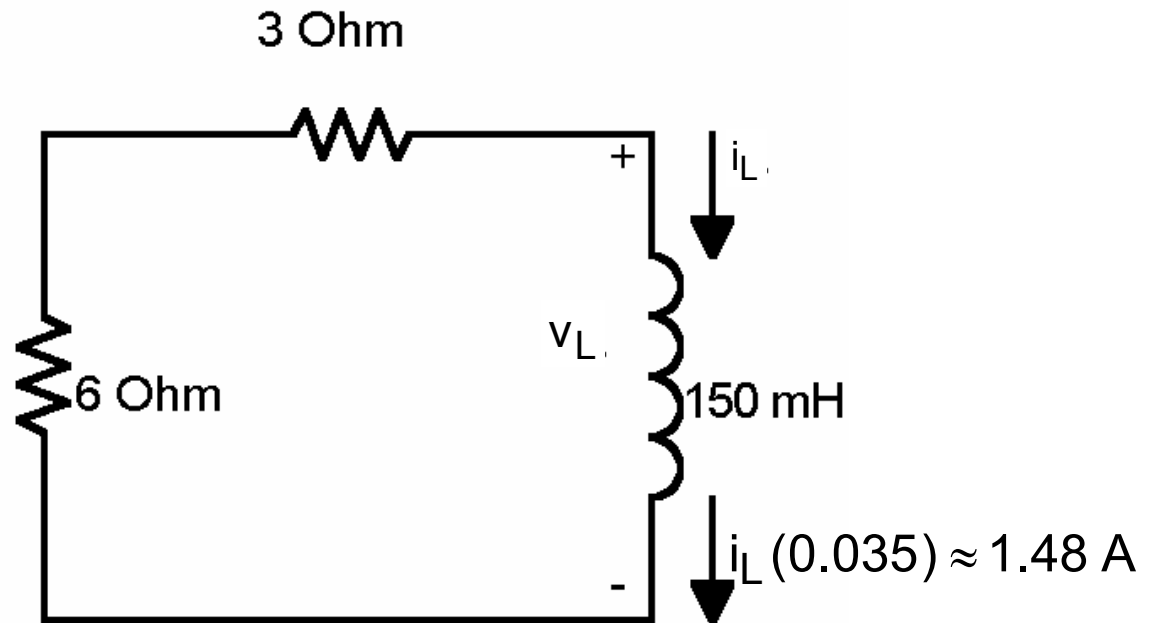
$$R_{eq} = 9 \parallel 18 = 6 \Omega; \quad \tau = \frac{150}{6} 10^{-3} = 25 \text{ ms};$$

$$i_L(t) = 6 e^{-40t} \quad 0 \leq t \leq 35 \text{ ms};$$

$$i_L(35 \text{ ms}) = 6 e^{-1.4} = 1.48 \text{ A}$$

Cambios secuenciales. Ejemplo

b) $t \geq 35 \text{ ms}$



$$R_{eq} = 9 \Omega; \quad \tau = \frac{150}{9} 10^{-3} = 16.67 \text{ ms};$$

$$i_L(t) = 1.48 e^{-60(t-0.035)} \quad t \geq 0.035 \text{ s};$$

Cambios secuenciales. Ejemplo

c) $R=18\Omega$ sólo presente en $0 \leq t \leq 35 \text{ ms}$

$$V_L(t) = 0.15 \frac{d}{dt} (6e^{-40t}) = -36 e^{-40t} \text{ V} \quad 0 \leq t \leq 0.035 \text{ s};$$

$$p(t) = \frac{V_L^2}{18} = 72 e^{-80t} \text{ W} \quad 0 \leq t \leq 0.035 \text{ s};$$

$$w = \int_0^{0.035} 72 e^{-80t} dt = -\frac{72}{80} e^{-80t} \Bigg|_0^{0.035} = 0.9(1 - e^{-2.8}) = 845.27 \text{ mJ}$$

$$w_i = \frac{1}{2} \underbrace{(0.15)}_L \underbrace{(36)}_{i_L(0)^2} = 2.7 \text{ J} = 2700 \text{ mJ}$$

$$\text{por tanto, } \frac{845.27}{2700} 100 = 31.3\%$$

Cambios secuenciales. Ejemplo

d)

$$0 \leq t \leq 0.035 \text{ s}$$

$$V_{3\Omega} = V_L \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} V_L = -12 e^{-40t} \text{ V}$$

$$w_{3\Omega} = \int_0^{0.035} \underbrace{\frac{144 e^{-80t}}{3}}_{V_L^2(t)/R} dt = 563.51 \text{ mJ}$$

$$t \geq 0.035 \text{ s}$$

$$i_{3\Omega}(t) = 1.48 e^{-60(t-0.035)} \text{ A}$$

$$w_{3\Omega} = \int_{0.035}^{\infty} \underbrace{i_{3\Omega}(t)^2 3}_{[i(t)]^2 R} dt = 54.73 \text{ mJ}$$

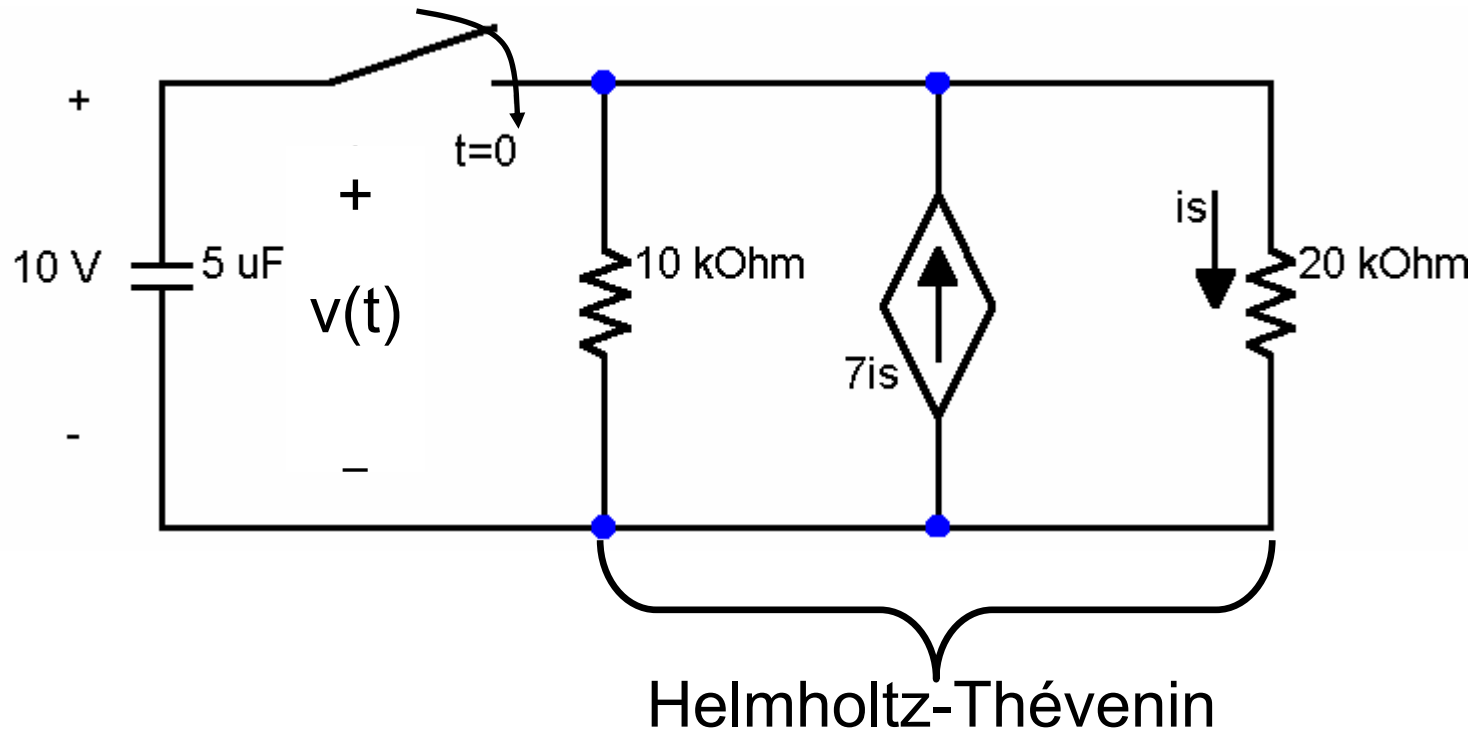
$$w_{3\Omega}(\text{total}) = 563.51 + 54.73 = 618.24 \text{ mJ},$$

$$\text{por tanto } \frac{618.24}{2700} \times 100 = 22.90 \%$$

Respuesta no acotada

- Una respuesta creciente y no acotada es posible por la presencia de fuentes dependientes
- La R_{Th} habrá de ser negativa
- El concepto de régimen permanente pierde su sentido
- Hay que integrar específicamente la ecuación diferencial pertinente

Respuesta no acotada. Ejemplo

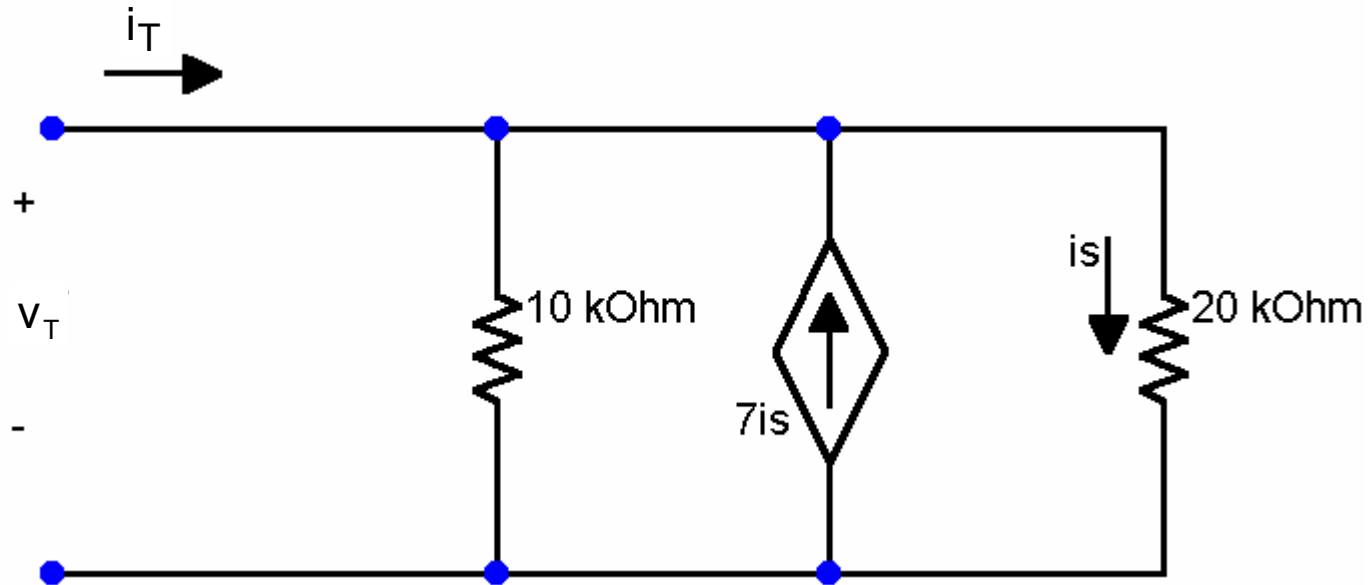


Para $t \leq 0$ la tensión del condensador es 10 V

$v(t)$? para $t \geq 0$

Respuesta no acotada. Ejemplo

1) H-T mediante fuente de prueba

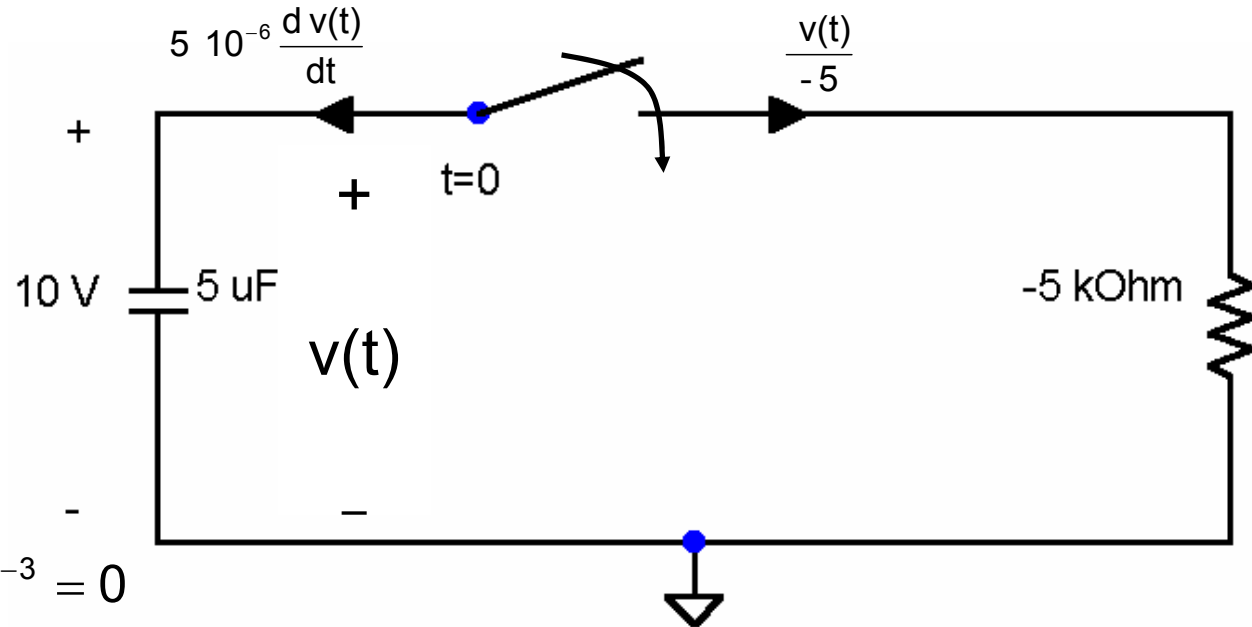


$$i_T = \frac{V_T}{10} - 7 \frac{V_T}{20} + \underbrace{\frac{V_T}{20}}_{i_s} \text{ mA}$$

$$R_{Th} = \frac{V_T}{i_T} = -5\text{ k}\Omega; V_{Th} = 0$$

Respuesta no acotada. Ejemplo

2) $v(t)$ para $t \geq 0$



$$5 \cdot 10^{-6} \frac{d v(t)}{dt} + \frac{v(t)}{-5} \cdot 10^{-3} = 0$$

$$\frac{d v(t)}{dt} - 40 v(t) = 0; \quad \frac{d v(t)}{v(t)} = 40 dt; \quad \int_{v(0)}^{v(t)} \frac{dx}{x} = 40 \int_0^t dy$$

Integrando

$$\ln x \Big|_{10}^{v(t)} = 40t, \quad \ln \frac{v(t)}{10} = 40t; \quad v(t) = 10 e^{40t} \text{ V} \quad t \geq 0$$